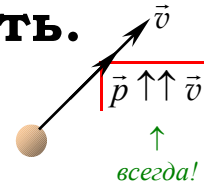


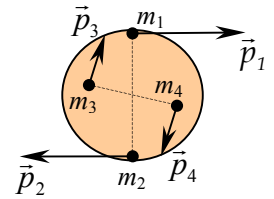
# III. Законы сохранения. Работа и мощность.

- Импульс материальной точки**  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$   $m$  - масса материальной точки  
 $\vec{v}$  - скорость этой материальной точки
- Импульс системы материальных точек** равен векторной сумме импульсов всех точек, входящих в эту систему.



$$\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$$

**Пример:** импульс однородного диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр  
 $\vec{p}_{\text{диск}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 + \dots + \vec{p}_n = 0$



## 3. Теорема об изменении импульса материальной точки

$$\Delta \vec{p} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$  - изменение импульса материальной точки.  
 $\sum \vec{F}$  - сумма всех сил, действующих на материальную точку.

$$\sum \vec{F} = \text{const}$$

$\Delta t$  - время действия сил.

$\vec{F} \cdot \Delta t$  - импульс силы.

**Выводится из II закона Ньютона:**  $m\vec{a} = \sum \vec{F}$ . Если  $\sum \vec{F} = \text{const}$ , то  $\vec{a} = \text{const}$  и  
 $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$  Подставив в уравнение  $\uparrow$  и, домножив обе части на  $\Delta t$ , получим ...

## 4. Теорема об изменении импульса системы материальных точек

Из п. 2:  $\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 + \dots + \Delta \vec{p}_n = \sum \vec{F} \Delta t$ ;  $\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + \sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + 0$



$\sum \vec{F}$  — сумма всех сил, действующих на все мат. точки системы

Из п.3:  $\Delta \vec{p}_1 = \sum \vec{F}_1 \Delta t$ ,  $\Delta \vec{p}_2 = \sum \vec{F}_2 \Delta t$ , ...  $\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$  — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}}$  — сумма внутренних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \dots + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \dots + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \dots = 0$  — по III закону Ньютона  $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$ ,  $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31} = 0$ , ...

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$  — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

$\Delta t$  — время, в течение которого действовали силы.

$\Delta \vec{p}_{\text{сист}}$  — изменение импульса системы материальных точек за время  $\Delta t$

$$\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = \text{const}$$



## 5. Закон сохранения импульса:

$$\vec{p}'_{\text{сист}} = \vec{p}''_{\text{сист}}$$

Если, 1)  $\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$   
2)  $\Delta t \approx 0$  - при быстрых взаимодействиях (взрывах, выстрелах, соударениях), если внешние силы не возрастают до больших значений и остаются малы по сравнению с внутренними силами.

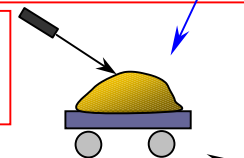
**Импульс системы материальных точек сохраняется, если**

- Сумма внешних сил, действующих на эту систему **равна нулю**.
- Время** действия внешних сил **мало** так, что импульс системы не успевает существенно измениться - выстрелы, взрывы, соударения, при которых внешние силы малы по сравнению с внутренними силами.

Кроме того,

- сохраняется проекция импульса на ту координатную ось, к которой перпендикулярна сумма внешних сил.

$$p'_{\text{сист}_x} = p''_{\text{сист}_x}, \text{ если } \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \perp OX$$



## 6. Работа силы

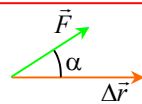
Единица измерения работы в СИ  
1 Дж = 1 Н·м

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha$$

$A_{\vec{F}}$  — работа силы  $\vec{F}$

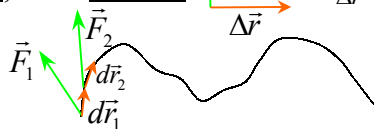
$\Delta \vec{r}$  — перемещение материальной точки, на которую действует сила  $\vec{F}$ .

$\vec{F} = \text{const}$  (и движение по прямой, в неизменном направлении.)



$\alpha$  — угол между силой  $\vec{F}$  и перемещением  $\Delta \vec{r}$ .

$A > 0$ , если  $\alpha$  — **острый** угол.  
 $A < 0$ , если  $\alpha$  — **тупой** угол.  
 $A = 0$ , если  $\alpha = 90^\circ$ .



Чтобы найти работу не постоянной силы над точкой, которая движется по произвольной траектории, надо мысленно разбить движение на такие малые перемещения  $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, \dots$ , чтобы на каждом из них с достаточной точностью можно было бы считать движение прямолинейным, а силу постоянной. Тогда

$$A = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 + \dots$$

## 7. Мощность

Единица измерения мощности в СИ  
 $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$

$$N = \frac{A}{t}$$

$N = \text{const}$

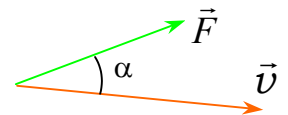
Работа, совершенная за время  $t$ .

Если мощность не постоянна, то вычисляется средняя мощность:

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{t}$$

мгновенная мощность:

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad N = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$



## 8. Механическая энергия

$$E_{\text{мех}} = E_k + E_p$$

Потенциальная энергия — этой энергией обладают тела, на которые действуют консервативные силы:  $F_{\text{грав}}$  ( $F_{\text{тяж}}$ ),  $F_{\text{упр}}$ ,  $F_{\text{электр}}$

Консервативны, если они неизменны во времени для каждого положения, или являются внутренними для системы.

### Кинетическая энергия

Этой энергией обладают движущиеся тела.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_k^{\text{сист}} = E_{k1} + E_{k2} + \dots$$

Кинетическая энергия системы материальных точек.

Кинетическая энергия

материальной точки массой  $m$ , движущейся со скоростью  $v$ .

### Теорема о кинетической энергии

$$\Delta E_k = A_{\text{всех сил}}$$

Работа всех сил, действующих в системе.

Изменение кинетической энергии системы

Силы, работа которых над системой при ее перемещении зависит только от начального и конечного положений этой системы. Работа консервативных сил не зависит от того, каким способом (по какой траектории) система была переведена из начального положения в конечное.

Основное свойство консервативных сил: работа консервативных сил над системой, совершившей движение по замкнутой траектории (когда конечное положение совпадает с начальным), равна нулю.

Потенциальная энергия — это такая функция от расположения системы, убывь которой при перемещении системы равна работе консервативных сил на этом перемещении.  $E_{p1} - E_{p2} = A_{\text{конс1-2}}$

Чтобы вычислить конкретное значение  $E_p$ , договариваются в каком положении системы "О" считать  $E_p(O) = 0$ . Тогда в произвольном положении "М" потенциальная энергия системы  $E_p(M) = A_{\text{конс M-O}}$

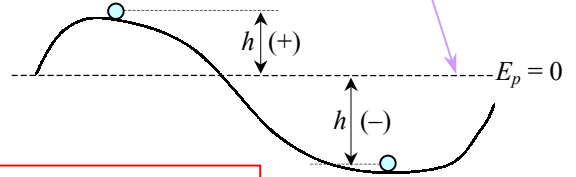
## 9. Теорема о механической энергии

$$\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_k + \Delta E_p = A_{\text{всех сил}} - A_{\text{конс}} = A_{\text{неконс. сил}}$$

$$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{неконс}}$$

$$E_{p(\text{тяж})} = \pm mgh_{\text{центра масс над нулевым уровнем}}$$

$$E_p^{\text{упр}} = \frac{k\Delta l^2}{2}$$



## 10. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия системы материальных точек сохраняется, если в системе совершают работу только консервативные силы ( $A_{\text{нек}} = 0$ )

$$E'_{\text{мех}} = E''_{\text{мех}}$$

Если  $A_{\text{неконс}} = 0$

## 11. Диссипативные силы — неконсервативные силы, работа которых сопровождается выделением

$F_{\text{трения скольжения}}$ ;  $F_{\text{сопр. жидк. и г.}}$ ;  $F_{\text{неупруг. взаимод.}}$

тепла.

$A_{\text{внутр. дис}} = -Q$  — не зависит от системы отсчета

$$E'_{\text{мех}} - E''_{\text{мех}} = Q$$

Если  $A_{\text{неконс}} = A_{\text{внутр. дис}}$ .

## 12. Методы вычисления работы

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha \quad \vec{F} = \text{const}$$

$$A_{\text{конс1-2}} = E_{p1} - E_{p2}$$

$$A_{\text{тяж}} = mg(h_1 - h_2)$$

$$A_{\text{неконс}} = \Delta E_{\text{мех}}$$

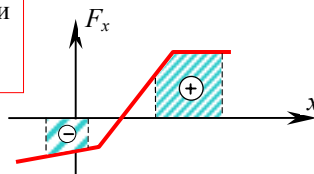
$$A_{\text{упр}} = \frac{k}{2} (\Delta l_1^2 - \Delta l_2^2)$$

$$A_{\text{всех сил}} = \Delta E_k$$

$$A_{\vec{F}} = \pm S \text{ под графиком } F_x(x)$$

Если  $\vec{F} \parallel OX$ , или  $\vec{v} \parallel OX$

Численно "+" — если график выше оси x  
 "-" — если график ниже оси x



## 13. Средняя по времени сила

$$\vec{F}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{p}_{\text{сист}}}{\Delta t}$$

Средняя по времени сумма внешних сил, действующих на систему материальных точек

Изменение импульса системы за время  $\Delta t$