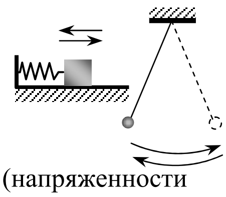
IX. Колебания и волны

1. *Колебаниями* называется точное или приближенное повторение какого-либо процесса с течением времени (обычно повторение бывает многократным).

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают:

а) **Механические колебания** — повторяющийся процесс представляет собой механическое движение:



б) **Электромагнитные колебания** — повторяющийся процесс представляет собой изменение силы тока, напряжения, заряда конденсатора в электрической цепи, вектора $\vec{E}$ (напряженности электрического поля), вектора $\vec{B}$ (индукции магнитного поля).

в) **Другие колебания** — повторяться могут и другие процессы, например, изменение температуры и пр.

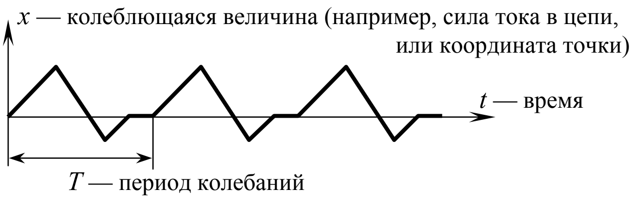
Колеблющимися величинами называются физические величины, описывающие процесс, повторяющийся при колебаниях, (или систему, с которой этот процесс происходит) и сами испытывающие повторяющиеся изменения.

В *механических* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: координата, скорость, ускорение и другие величины, описывающие механическое движение.

В *электромагнитных* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: сила тока, напряжение, заряд конденсатора, $\vec{E}$, $\vec{B}$ и другие величины, описывающие электрический ток и электромагнитное поле.

Периодическими называются колебания, при которых происходит точное повторение процесса через равные промежутки времени.

Периодом периодических колебаний называется минимальное время, через которое система возвращается в первоначальное состояние и начинается повторение процесса.



Процесс, происходящий за один период колебаний, называется «одно полное колебание».

Частотой периодических колебаний называется число полных колебаний за единицу времени (1 секунду) — это может быть не целое число.

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}}$$

Период — время одного полного колебания.

Чтобы вычислить частоту ν, надо разделить 1 секунду на время T одного колебания (в секундах) и получится число колебаний за 1 секунду.

2. *Гармоническими колебаниями* называются колебания, в которых колеблющиеся величины зависят от времени по закону синуса, или косинуса.

Колеблющаяся величина (координата точки, сила тока, напряженность поля, или иная величина)

$$\boxed{x = A\cdot\cos(\underbrace{\omega t + \varphi_0}_{})}$$

Начальная фаза — значение фазы φ в момент $t = 0$.

Изменяя значение φ_0, можно получать различные значения x в момент $t = 0$.

Фаза колебаний — аргумент функции синус или косинус в уравнении зависимости колеблющейся величины от времени.

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

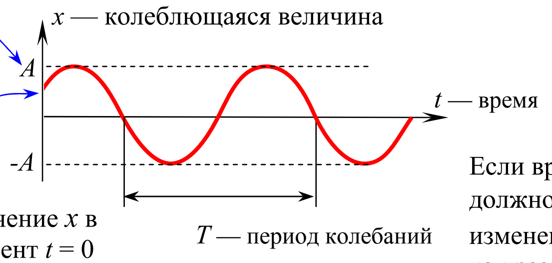
Циклическая частота колебаний — скорость изменения фазы с течением времени.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Изменение фазы, произошедшее за время Δt.

Амплитуда колебаний — максимальное отклонение колеблющейся величины от среднего за период значения.

Если среднее за период значение колеблющейся величины равно 0, то **амплитуда равна максимальному значению колеблющейся величины**: $A = x_m$



Значение x в момент $t = 0$ определяется величиной φ_0.

Если время Δt равно периоду колебаний T, то изменение фазы $\Delta\varphi$ за это время (T) должно быть равно 2π (т. к. функции sin и cos повторяют свои значения при изменении аргумента (φ) на 2π, а через время T значение колеблющейся величины как раз должно повториться).

Таким образом, при $\Delta t = T$ будет $\Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu}$$

подставлено $1/T = \nu$

Если колебания гармонические,
т. е. колеблющаяся величина x равна $x = A\cdot\cos(\omega t + \varphi_0)$,
то вторая производная колеблющейся величины по времени x'' будет пропорциональна самой колеблющейся величине (x):

$$x'(t) = -\underbrace{\omega A}_{}\cdot\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x''(t) = -\underbrace{\omega^2 A}_{}\cdot\cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2\cdot x$$

$$\boxed{x''(t) = -\omega^2\cdot x}$$

Если x — координата точки, движущейся вдоль оси OX, то:

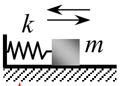
$x'(t) = \upsilon_x$ — проекция скорости $\Rightarrow \boxed{\upsilon_{max} = \omega A}$ — максимальная скорость.

$x''(t) = a_x$ — проекция ускорения $\Rightarrow \boxed{a_{max} = \omega^2 A}$ - максимальное ускорение.

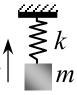
Это уравнение называется дифференциальным уравнением гармонических колебаний. Если какая-либо физическая величина x подчиняется уравнению такого вида, то можно утверждать, что она зависит от времени по гармоническому закону (sin и cos), а процесс, который описывает величина x, представляет собой гармонические колебания.

3. Простейшие колебательные системы

Пружинный маятник



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



Период свободных колебаний

Жесткость пружины

Масса колеблющегося груза

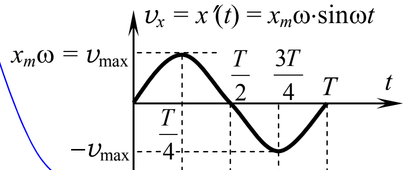
в отсутствие трения

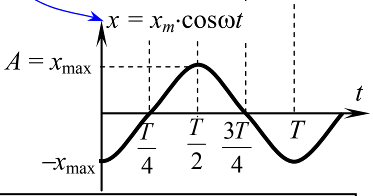
$$\frac{kx^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = \text{const} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\upsilon^2_{max}}{2}$$

$x = \Delta l$ — удлинение пружины

$A = x_{max} = \Delta l_{max}$ — амплитуда колебаний (максимальное удлинение пружины)

υ_{max} — максимальная скорость груза



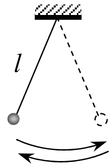


$\upsilon = \upsilon_{max}$ в момент, когда $x = 0$

$x = \pm A$ в момент, когда $\upsilon = 0$

Математический маятник

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



Период свободных колебаний

Длина нити

Ускорение свободного падения — ускорение, создаваемое силой тяжести.

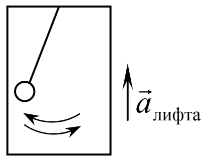
Если кроме силы тяжести на маятник действуют другие постоянные активные силы, то вместо g в формулу подставляют модуль ускорения, создаваемого суммой всех активных сил:

$$\vec{a}_{акт} = \frac{\sum \vec{F}_{акт}}{m}$$

(активными называются силы, имеющие ненулевой вращающий момент относительно точки подвеса маятника)

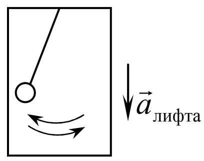
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a_{акт}}}$$

Маятник в лифте:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_{лиф}}}$$

если $\vec{a}_{лифта}$ - вверх

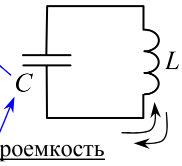


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a_{лиф}}}$$

если $\vec{a}_{лифта}$ - вниз

Колебательный контур

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$



Период свободных электромагнитных колебаний

Индуктивность катушки

Электроемкость конденсатора

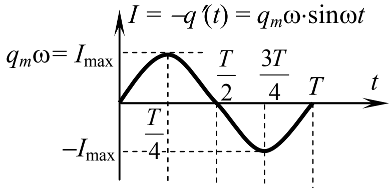
$$W^{эл}_{конд} + W^{магн}_{кат} = \text{const}$$

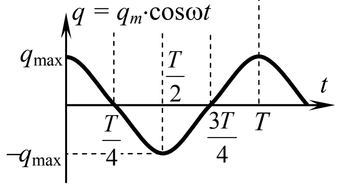
$$\underbrace{\frac{CU^2}{2}}_{\frac{q^2}{2C}} + \frac{LI^2}{2} = \text{const} = \overbrace{\frac{CU^2_{max}}{2}}^{\frac{q^2_{max}}{2C}} = \frac{LI^2_{max}}{2}$$

U- напряжение на конденсаторе q- его заряд

I – сила тока в катушке,

q_{max}, U_{max} и I_{max} — максимальные (амплитудные) значения заряда, напряжения и силы тока.





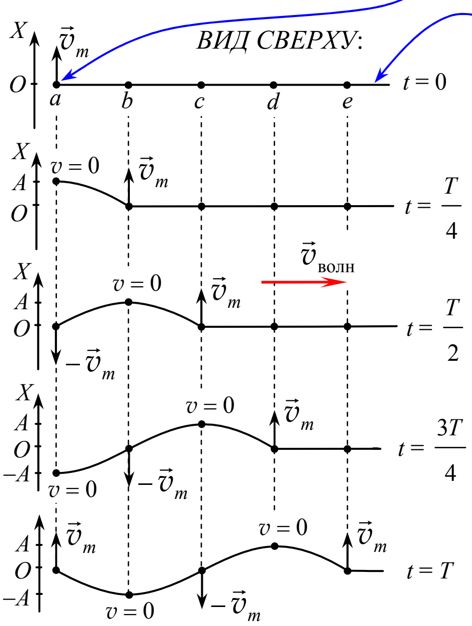
$I = \pm I_{max}$ в момент, когда $q = 0$

$q = \pm q_{max}$ в момент, когда $I = 0$

4. Волна

4. Волна — распространение колебательного процесса в пространстве с течением времени. (Если в какой-то области пространства происходит колебательный процесс, то это может породить аналогичные колебания в соседних областях пространства. Например, если какая-либо точка упругой среды совершает механические колебания, то при этом она, как правило, заставляет колебаться соседние, прилегающие к ней точки среды. Те, в свою очередь, передают колебательное движение следующим точкам и т. д. Таким образом, в колебательный процесс вовлекаются все новые и новые области пространства. Другой пример – электромагнитные колебания. Если в какой-то точке пространства (эту точку назовем источником) происходят колебания индукции магнитного поля $\vec{B}$, то это порождает в окружающем пространстве колебания напряженности электрического поля $\vec{E}$, которые, в свою очередь, порождают новые колебания $\vec{B}$ и т. д. Электромагнитные колебания распространяются от источника, т. е. начинают происходить во все новых и новых областях пространства)

Пример: на гладкой горизонтальной поверхности лежит шнур и в некоторый момент его крайнюю точку a начинают двигать вдоль оси OX по закону $x = A\sin\omega t$

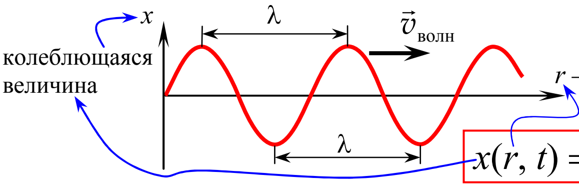


Точка a начинает двигаться, при этом ее скорость меняется по закону $\upsilon_x = x' = A\omega\cos\omega t$, так что в момент $t = 0$ скорость максимальна $\upsilon_m = A\omega$. К моменту $t = T/4$ точка a смещается в положение $x = A$. Соседние точки шнура движутся за ней, повторяют ее движение, заставляя двигаться следующие точки. В момент $t = T/4$ волна дошла до точки b и она начала двигаться (ее состояние в момент $t = T/4$ совпадает с состоянием точки a в момент $t = 0$) В дальнейшем все новые и новые точки будут вовлекаться в колебательное движение, аналогичное движению источника – точки a.

Фронт волны — поверхность отделяющая область пространства, в которой уже начались колебания, от области, где колебания еще не происходят. Фронт волны перемещается по мере распространения волны. (В рассмотренном примере со шнуром фронтом волны в момент $t = T/4$ является точка b, в момент $t = T/2$ – точка c, и т. д.)

Скорость распространения волны ($\vec{\upsilon}_{волн}$) — скорость движения волнового фронта, а также любой другой поверхности постоянной фазы (любого «горба» волны, или «впадины»).

Механическая волна называется **поперечной**, если направление движения колеблющихся точек в ней перпендикулярно направлению $\vec{\upsilon}_{волн}$. Если же колеблющиеся точки движутся параллельно $\vec{\upsilon}_{волн}$, то волна называется **продольной**. (Рассмотренная в примере волна в шнуре – поперечная, а звук – продольная волна.) Электромагнитные волны являются поперечными, т. к. направление колеблющихся векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в этих волнах перпендикулярно $\vec{\upsilon}_{волн}$.



$$x(r, t) = A\cdot\cos(\omega t - (2\pi/\lambda)r + \varphi_0)$$

Длина волны (λ) — минимальное расстояние между точками, колебания в которых происходят с разностью фаз 2π. (При такой разности фаз колеблющиеся величины в этих точках имеют одно и то же значение, так что λ — расстояние между соседними «горбами», или соседними «впадинами» волны)

$$\lambda = \upsilon_{волн}\cdot T = \upsilon_{волн} / \nu$$