Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»
Факультет фундаментальной физико-химической инженерии

УТВЕРЖДЕН
на заседании Ученого совета
«_14_»___июня___2013 г.
протокол №_4_
Заместитель декана по учебной работе
____________ / _Григорьева Л.Д._ /
«_14_»___июня___2013 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

дисциплины «ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ»

Специальности
010701 "Физика"
020101 "Химия"

Квалификации
"Физик"
"Химик"

Форма обучения
очная

УМК соответствует учебному плану подготовки,
утвержденному ректором Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова академиком РАН В.А. Садовничим 23.10.2009

Москва 2013

Название дисциплины: Векторный и тензорный анализ.

1. Цели и задачи освоения дисциплины:

Цель: сформировать у студентов представление об определенных объектах математики – тензорах, основных операциях с ними, а также их применении в физике.

Задачи: понимание студентами основных определений курса, освоение основных операций с тензорами и их приложение в физике.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» является обязательной, содержится в федеральном компоненте блока ЕН учебного плана (в курсах по выбору цикла ОПД для специальности «Химия»), является базовой для дисциплин «Теория функций комплексной переменной», «Интегральные уравнения и вариационное исчисление». Знания, получаемые при изучении дисциплины, необходимы для освоения физических и химических дисциплин, требующих сложных математических расчетов.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные определения курса, основы математического описания дифференциальных и интегральных свойств векторных и скалярных полей, основные операции над тензорами, основные приложения дисциплины в физике.

Уметь: использовать изученный в результате прохождения курса математический аппарат, математически описывать дифференциальные и интегральные свойства векторных и скалярных полей, выполнять основные тензорные операции.

Владеть: расчетными методами решения задач, навыками поиска данных в открытых источника (в том числе, в информационных базах данных) и применять их при решении практических задач, основными способами описания физических систем в терминах курса векторного и тензорного анализа.

Приобрести опыт деятельности: в анализе, формулировке и решении конкретных задач, интересующих фундаментальную науку и практику.

4. Содержание и структура дисциплины

4.1. Содержание разделов дисциплины (К – коллоквиум, Т – проверочная самостоятельная работа (тест), РК - рубежная контрольная работа, ДЗ – домашнее задание, РГЗ – расчетно-графическое задание)

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Понятие и определение вектора и векторного поля. Основные теоремы векторного анализа.	Скалярные и векторные величины в физике. Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Применение понятия градиента в математике и в физике. Поток векторного поля. Дивергенция векторного поля. Теорема Гаусса и ее применение в физике. Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля. Теорема Стокса и ее применение в физике.	ДЗ
2	Дифференциальные опера-	Дифференциальные операторы второго порядка в векторном анализе и примеры их применения в физике.	ДЗ, РК

	торы в векторном анализе.	Преобразование выражений векторного анализа. Метод оператора “набла” и примеры его применения в физике. Операции векторного анализа в криволинейных системах координат.	
3	Понятие и определение тензора. Основные операции и свойства тензора.	Векторы и тензоры. Преобразование векторов и тензоров при поворотах системы координат. Операции над тензорами. Свойства тензоров второго ранга. Собственные значения и собственные векторы симметричных тензоров второго ранга.	ДЗ
4	Элементы тензорного анализа.	Символ Леви-Чивита. Преобразование тензоров при инверсии системы координат. Псевдотензоры. Элементы тензорного анализа. Обобщенная теорема Остроградского - Гаусса для тензорных полей.	ДЗ, РК

4.2. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 68 часов (48 часов для специальности «Химия»), из них 36 – лекции, 32 (12 для специальности «Химия») – самостоятельная работа.

Вид работы	Семестр 3	Всего
Общая трудоемкость	**68 (48)**	**68 (48)**
Аудиторная работа:	**36**	**36**
Лекции (Л)	36	36
Практические занятия (ПЗ)	0	0
Лабораторные работы (ЛР)	**0**	**0**
Самостоятельная работа	**32 (12)**	**32 (12)**
Вид итогового контроля	Зачёт	

Разделы дисциплины по семестрам

№ раздела	Наименование раздела	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Понятие и определение вектора и векторного поля. Основные теоремы векторного анализа.	6	4			2
2	Дифференциальные операторы в векторном анализе.	14	8			6*
3	Понятие и определение тензора. Основные операции и свойства тензора.	28	14			14*
4	Элементы тензорного анализа.	20	10			10
	Итого:	68	36			32

4.3. Самостоятельное изучение разделов дисциплин

№ раз-	№ во-	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов

дела	проса		
1	1	Основные свойства скалярных и векторных полей	2
2	2	Применение понятия градиента в математике и физике	2*
2	3	Применения теоремы Гаусса в физике	2*
2	4	Применение потенциалов в физике и их связь с дивергенцией векторного поля	2*
3	5	Тензоры в применении к механике абсолютно твердого тела	6*
3	6	Использование тензоров при описании деформаций	4*
3	7	Метрические тензоры и ньютоновский гравитационный потенциал	4*
4	8	Преобразование тензоров при инверсии системы координат	4
4	9	Обобщенная теорема Остроградского-Гаусса в физике	6

Примечания:

*-не изучается по специальности «Химия»

5. Образовательные технологии

5.1. Интерактивные образовательные технологии, используемые в аудиторных занятиях

Семестр	Вид занятия	Интерактивные образовательные технологии	Кол-во часов
3	Лекции	мультимедийный проектор, презентация, интерактивная доска	36
Итого			36

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Варианты контрольных работ

Рубежная контрольная работа № 1

1. Найти угол между направлениями наискорейшего роста функций
(x^2+2y^2-z^2) и r=|$\boldsymbol{r}$| в точке A(-1, 1, 1).
2. Найти силу, действующую на частицу в точке A(-1, -2, -1), если потенциальная энергия равна (2x+y^2-z).
3. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах:
$$-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c},\quad \vec{a}-\vec{b}+\vec{c},\quad \vec{a}+\vec{b}-\vec{c}.$$
4. Для тетраэдра, заданного координатами вершин, уметь находить: длины ребер, углы между ребрами, площади граней, углы между гранями, объем.

5. Вычислить: $\mathrm{grad}\dfrac{e^{-cr}}{r}$, $\mathrm{grad}\sin(\vec{k}\vec{r})$, $\mathrm{div}[\vec{a}[\vec{b}\vec{r}]]$, $\mathrm{div}[\vec{a}\vec{r}]]$, $\mathrm{rot}[\vec{a}\vec{r}]]$, где $\vec{a},\vec{b},\vec{d},\vec{k} = const, c = const, c > 0, \vec{r}(x,y,z), r = |\vec{r}|$. Результаты записать компактно, по возможности в векторном виде.

6. Вычислить: $\mathrm{grad}\left(\dfrac{\vec{d}\vec{r}}{r^3}\right)$, $\mathrm{rot}\dfrac{[\vec{d}\vec{r}]}{r^3}$, где $\vec{d} = const, \vec{r}(x,y,z), r = |\vec{r}|$. Результаты записать компактно, по возможности в векторном виде.

7. Вычислить: $\mathrm{grad}\left((\vec{a}\vec{r})(\vec{b}\vec{r})\right)$, $\mathrm{div}\left(\dfrac{(\vec{d}\vec{r})\vec{r}}{r^5}\right)$, $\mathrm{rot}\left(\dfrac{(\vec{d}\vec{r})\vec{r}}{r^5}\right)$,

где $\vec{a},\vec{b},\vec{d},\vec{k} = const, \vec{r}(x,y,z), r = |\vec{r}|$. Результаты записать компактно по возможности в векторном виде.

8. Найти поток поля $\vec{a}(\vec{r})(x - z, y + 2x - z, x + y)$ через поверхность сферы радиуса *r* с центром в начале координат.

9. Найти циркуляцию поля $\vec{a}(\vec{r})(x - z, y + 2x - z, x + y)$ по окружности единичного радиуса с центром в начале координат, лежащей в плоскости (*y*,*z*).

10. Найти циркуляцию поля $[\vec{a}\vec{r}]$ по окружности единичного радиуса с центром в начале координат, лежащей в плоскости, нормаль которой образует равные углы с координатными осями ($\vec{a} = const, \vec{r}(x,y,z)$).

11. Преобразовать выражения методом оператора ∇ и затем расписать в частных производных следующие выражения: а) $div\left[\vec{A},\vec{B}\right]$, б) $grad\left(\vec{A},\vec{B}\right)$, в) $rot\left[\vec{A},\vec{B}\right]$, г) $div\left(f\vec{A}\right)$, д) $rot\left(f\vec{A}\right)$, е) $grad\left(f\cdot e\right)$, ж) $divgrad\left(f\cdot e\right)$

12. Найти напряженность электрического поля, если задан потенциал φ, $\vec{E} = -grad\,\varphi$

а) $\varphi = \left(x^2 + 2y^2 z + \sin(x)\right)\cdot\exp\left(-\left(x^2 + y^2 + z^2\right)\right)$,

б) $\varphi = \left(x^2 + \sin(z\cdot x) + y^2 x\cdot\cos(z)\right)\cdot\exp\left(-x^2\right)$

13. Найти плотность электрического заряда в вакууме ρ, если задана напряженность электрического поля $\vec{E}$, $div\vec{E} = 4\pi\rho$

а) $\vec{E} = \left(x^2 + 4\sin(z)\exp(xy), \cos(x) + \ln(xyz), xy^2 z\right)$

б) $\vec{E} = \left(x\cdot\exp\left(-x^2\right) + y + z, \ln(xy)\sin(z), x + y + z + 1\right)$

14. Зная вид функций $x_i = x_i\left(q_k\right)$, записать квадрат расстояния между двумя бесконечно-близкими точками, и найти коэффициенты Ламе для сферической и цилиндрической систем координат.
(Для сферической системе координат: $x_1 = \sin\theta\cos\phi$, $x_2 = \sin\theta\sin\phi$, $x_3 = \cos\theta$. Для цилиндрической системы координат $x_1 = \rho\cos\phi$, $x_2 = \rho\sin\phi$, $x_3 = z$.)

15. Получить формулы для градиента скалярного поля Ψ в сферической и цилиндрической системах координат.

16. Получить формулы для дивергенции векторного поля $\vec{a}$ в сферической и цилиндрической системах координат.

17. Получить формулы для ротора векторного поля $\vec{a}$ в сферической и цилиндрической системах координат.
18. Получить формулы для оператора Лапласа скалярного поля Ψ в сферической и цилиндрической системах координат
19. Задана сферически-симметричная функция: $\Psi(r)$. Найти $\Delta\Psi(r)$

а) $\Psi(r) = 3r^2$, б) $\Psi(r) = r^3 + 2r^2$, в) $\Psi(r) = \sin(r^2)$

Рубежная контрольная работа № 2

1. Найти матрицу поворота системы координат на плоскости при повороте на угол φ.

а) Убедиться, что матрица (U_3) поворота на угол $\varphi_3 = \phi_1 + \varphi_2$ совпадает с произведением матриц (U_1) и (U_2), которые являются матрицами поворота на углы ϕ_1 и ϕ_2 соответственно.

б) Убедиться, что матрица поворота (U_2) на угол $-\varphi$ совпадает с матрицей $(U_1)^{-1}$, где (U_1)- матрица поворота на угол φ.

2. Найти матрицу поворота системы координат в трехмерном пространстве на угол φ.

а) Вокруг оси Ох. б) Вокруг оси Оу. в) Вокруг оси Oz

3. В случае двумерного пространства вычислить компоненты вектора b_i в системе координат, повернутой на угол ϕ по сравнению с исходной. Компоненты вектора и угол ϕ следующие:

а) $b_1 = 1,\ \ b_2 = 2,\ \ \phi = \pi/6.$ б) $b_1 = 3,\ \ b_2 = 1,\ \ \phi = \pi/3.$

в) $b_1 = 5,\ \ b_2 = 2,\ \ \phi = \pi/4.$ г) $b_1 = -1,\ \ b_2 = 4,\ \ \phi = -\pi/6$

4. В случае двумерного пространства вычислить компоненты тензора второго ранга a_{ij} в системе координат, повернутой на угол ϕ по сравнению с исходной. Компоненты тензора и угол ϕ следующие:

а) $a_{11} = 1,\ \ a_{12} = 2,\ \ a_{21} = -3,\ \ a_{22} = 5,\ \ \phi = \pi/3$

б) $a_{11} = -1,\ \ a_{12} = 4,\ \ a_{21} = -2,\ \ a_{22} = 1,\ \ \phi = \pi/4$

в) $a_{11} = 3,\ \ a_{12} = 1,\ \ a_{21} = -2,\ \ a_{22} = 6,\ \ \phi = \pi/6$

г) $a_{11} = 5,\ \ a_{12} = 2,\ \ a_{21} = 1,\ \ a_{22} = 1,\ \ \phi = \pi/2$

5. В трехмерном пространстве заданы компоненты вектора. Найти компоненты вектора в системе координат, повернутой на угол ϕ вокруг оси Ох по сравнению с исходной. Компоненты вектора и угол ϕ следующие:

а) $b_1 = 1,\ \ b_2 = 2,\ \ b_3 = -3,\ \ \phi = \pi/3$

б) $b_1 = 4,\ \ b_2 = -1,\ \ b_3 = 5,\ \ \phi = \pi/2$

6. Найти тензор $c_{ij} = a_{ij} + b_{ji}$, где a_{ij} и b_{ij} являются тензорами в двумерном пространстве и их компоненты равны:

а) $a_{11} = 1,\ \ a_{12} = 2,\ \ a_{21} = -3,\ \ a_{22} = 5$, $b_{11} = -1,\ \ b_{12} = 4,\ \ b_{21} = -2,\ \ b_{22} = 1$

б) $a_{11} = 3,\ \ a_{12} = 1,\ \ a_{21} = -2,\ \ a_{22} = 6$, $b_{11} = 5,\ \ b_{12} = 2,\ \ b_{21} = 1,\ \ b_{22} = 1$

в) $a_{11}=2,\quad a_{12}=1,\quad a_{21}=-2,\quad a_{22}=3,\quad b_{11}=0,\quad b_{12}=6,\quad b_{21}=2,\quad b_{22}=4$

7. В двумерном пространстве заданы векторы a_i и b_i а так же тензоры второго ранга c_{ij} и d_{ij}. Найти тензорную размерность приведенных ниже величин и вычислить все их компоненты:

а) $a_i b_j$ б) $a_i b_i$ в) $a_i c_{jk}$ г) $b_i d_{jk}$ д) c_{ii} е) d_{jj} ж) $a_i c_{ij}$ з) $a_i c_{ji}$

и) $a_i c_{jj}$ к) $b_i d_{ij}$ л) $b_i d_{ji}$ м) $b_i d_{jj}$ н) $c_{ij} d_{jk}$ о) $c_{ji} d_{jk}$ п) $c_{ii} d_{jj}$ Векторы a_i и b_i и тензоры c_{ij} и d_{ij} равны:

$$a_1=1,\quad a_2=2,\quad b_1=3,\quad b_2=-1$$
$$c_{11}=3,\quad c_{12}=1,\quad c_{21}=-2,\quad c_{22}=6$$
$$d_{11}=5,\quad d_{12}=2,\quad d_{21}=1,\quad d_{22}=1$$

8. Разложить тензор c_{ij} на сумму симметричного a_{ij} и антисимметричного b_{ij} тензоров. Для симметричного тензора a_{ij}: найти собственные значения и собственные векторы, проверить ортогональность собственных векторов, найти орты системы координат, связанной с главными осями, записать матрицу поворота к главным осям, записать вид тензора в главных осях, классифицировать тензор (шаровой, симметрический, асимметрический, положительно, отрицательно определенный или знаконеопределенный).

Произвести вычисления для тензоров c_{ij} с компонентами:

а) $\begin{pmatrix} 9 & 3 & -2 \\ -3 & 2 & -4 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 3 & 9 & -5 \\ -9 & 3 & 4 \\ 5 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 6 \\ 3 & 1 & -3 \\ -6 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ -6 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

9. Вычислить свертки, где e_{ijk} - символ Леви-Чивита.

а) e_{ijj} б) $e_{ijk}e_{klm}$

в) $e_{ijj}e_{ikm}$ г) $e_{ijk}e_{kjm}$

д) $e_{ijk}e_{ijm}$ е) $e_{ijk}e_{imj}$

10. Получить формулу преобразования двойного векторного произведения $\left[\vec{a},\left[\vec{b},\vec{c}\right]\right]$, используя символ Леви-Чивита.

11. Преобразовать выражения, используя символ Леви-Чивита.

а) $\left(\left[\vec{a},\vec{b}\right],\left[\vec{c},\vec{d}\right]\right)$ б) $\left[\left[\vec{a},\vec{b}\right],\left[\vec{c},\vec{d}\right]\right]$

в) $rot\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ г) $rot\,rot\left[\vec{a},\vec{b}\right]$

д) $div\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ е) $rot\,rot\,\vec{A}$

12. Вычислить, используя символ Леви-Чивита:

а) $rot\left[\left[\vec{a},\vec{r}\right],\left[\vec{b},\vec{r}\right]\right]$, где $\vec{a}$ и $\vec{b}$ - постоянные векторы.

б) $rot[\vec{\omega},\vec{r}]$, где $\vec{\omega}$ - постоянный вектор.

в) $div[\vec{\omega},\vec{r}]$, где $\vec{\omega}$ - постоянный вектор.

г) $rot\left(f(r)\vec{r}\right)$

д) $rot\left(\vec{\omega} f(\vec{k}\,\vec{r})\right)$, где $\vec{\omega}$ и $\vec{k}$ - постоянные векторы.

13. Найти матрицу преобразования системы координат, включающую вначале поворот на 90^0 вокруг оси Oz, а затем инверсию.

14. Тензор второго ранга $\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}$ в общем случае не является ни симметричным, ни антисимметричным тензором. Его, однако, можно представить в виде суммы симметричного и антисимметричного тензоров:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right]$$

Антисимметричный тензор второго ранга $\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} - \dfrac{\partial u_j}{\partial x_i}\right] = p_{ij}$ имеет три отличные от нуля компоненты. Вследствие этого удобно вместо тензора p_{ij} ввести псевдовектор, определенный равенством: $s_i = e_{ijk} p_{kj}$. Почему s_i -псевдовектор? Показать, что

$$e_{ikj} p_{jk} = e_{ikj} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = \left(rot\,\vec{u}\right)_i$$

15. Симметричный тензор $\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial u_j}{\partial x_i}\right]$ бывает удобно представить в виде суммы шарового тензора и симметричного тензора, имеющего нулевой след (девиатора):

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right] = \left\{\frac{1}{2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right] - \frac{1}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right\} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = D_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\,div\,\vec{u}$$

Доказать, что $D_{ii} = 0$.

16. Векторное поле $\vec{u}$ имеет компоненты: $\vec{u} = (2x - 3y,\ 3z + 4x,\ x + y - z)$. Найти компоненты тензора девиации (тензор девиации определен в предыдущем задании).

Вопросы для подготовки к зачету

1. Скалярные и векторные физические величины. Вектор и его числовые характеристики. Примеры.
2. Координаты вектора и его числовые характеристики в координатной форме. Примеры.
3. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на число) и их свойства. Примеры.
4. Множество свободных векторов, равенство векторов, нулевой вектор, углы между векторами, коллинеарные и ортогональные векторы. Примеры.
5. Линейная комбинация векторов, линейно зависимые и независимые векторы. Примеры.

6. Базис в пространстве и на плоскости, разложение вектора по базису. Ортонормированный базис, аффинный базис. Преобразование координат при переходе от одного базиса к другому. Примеры.
7. Скалярное и векторное произведения векторов и их свойства. Примеры.
8. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления. Примеры.
9. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента. Годограф радиуса – вектора точки. Приращение радиуса – вектора при изменении скалярного аргумента. Примеры.
10. Скалярные поля, линии и поверхности уровня скалярного поля. Примеры.
11. Производная по направлению для скалярного поля. Определение и формула для вычисления. Примеры
12. Градиент скалярного поля. Теоремы о градиенте. Связь градиента с производной по направлению. Примеры.
13. Представление градиента через символический оператор Гамильтона. Свойства оператора "набла". Примеры.
14. Понятие векторного поля, примеры векторных полей. Векторные линии и их уравнения. Примеры.
15. Поток векторного поля через поверхность, вычисление векторного поля по определению. Инвариантная формулировка определения потока поля. Примеры.
16. Гидродинамическая интерпретация потока векторного поля через замкнутую поверхность. Физический смысл потока поля через поверхность. Примеры.
17. Различные формулы вычисления потока через поверхность. Примеры.
18. Понятие дивергенции векторного поля, как числовой характеристики поля и ее физический смысл. Источники и стоки поля. Инвариантная формулировка дивергенции векторного поля в точке. Примеры.
19. Формула Остроградского – Гаусса, координатная форма дивергенции векторного поля в точке и ее физический смысл. Представление дивергенции с помощью оператора Гамильтона. Примеры.
20. Циркуляция векторного поля вдоль линии и замкнутого контура. Физический (гидродинамический) смысл циркуляции. Примеры вычисления циркуляции.
21. Понятие ротора векторного поля через циркуляцию вдоль замкнутого контура, инвариантная формулировка ротора, определение ротора через поверхностную циркуляцию. Примеры.
22. Теорема Стокса, координатная формула ротора. Теорема о роторе. Обозначение ротора через определитель и с помощью оператора Гамильтона. Примеры.
23. Потенциальные векторные поля и их свойства. Примеры.
24. Консервативные векторные поля и их свойства. Примеры
25. Центральные векторные поля и их свойства. Примеры.
26. Соленоидальные векторные поля и их свойства, трубчатые поля. Лапласовы поля. Примеры.
27. Векторный потенциал векторного поля. Теорема Гельмгольца. Примеры.
28. Повторные операции векторного поля и их свойства. Примеры.
29. Криволинейные системы координат, преобразование координат при переходе от одной системы координат к другой. Примеры.
30. Основной и взаимный реперы, порожденные криволинейной системой координат. Разложение вектора по основному и взаимному реперам. Примеры.
31. Цилиндрическая система координат, координатные поверхности и координатные линии, основной и взаимный базисы. Примеры.
32. Сферическая система координат, координатные поверхности и координатные линии, основной и взаимный базисы. Примеры.

33. Векторные поля в криволинейной системе координат, разложение вектора поля по основному и взаимному базисам. Примеры.
34. Разложение векторного поля по цилиндрической системе координат. Коэффициенты Ламе. Примеры.
35. Разложение векторного поля по сферической системе координат, коэффициенты Ламе. Примеры.
36. Полный дифференциал и градиент скалярного поля в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
37. Дивергенция векторного поля в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
38. Ротор векторного поля в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
39. Оператор Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
40. Преобразование координат при переходе от одной системы координат к другой. Разложение вектора по основному и взаимному базисам. Примеры.
41. Аналитическое определение вектора в криволинейной системе координат, ковариантные и контравариантные компоненты вектора и формулы их преобразования. Примеры.
42. Определение тензора второго ранга, формулы преобразования контравариантных, ковариантных и смешанных компонент тензора. Примеры.
43. Запись тензоров любой валентности и любого порядка, преобразования компонент произвольного тензора. Примеры.
44. Метрический тензор второго ранга, выражение геометрических характеристик через компоненты метрического тензора. Поднятие и опускание индексов тензоров с помощью компонент метрического тензора. Примеры.
45. Тензор Леви – Чевиты, его свойства и применение. Примеры.

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

1. Акивис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. М.: Физматлит, 2005. – 304 с.
2. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. М.: Высшая школа, 1966. – 238 с.
3. Векуа И.Н. Основы тензорного анализа и теории ковариантов. М.: Наука, 1978. – 296 с.
4. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Наука, 1965. – 424 с.
5. Сокольников С.И. Тензорный анализ: теория и применение в механике сплошных сред. М.: КомКнига, 2007. -376 с.

Дополнительная литература

1. Агеносов Л.Г., Няшин А.Ф. Векторный анализ (методические указания для студентов физического факультета). Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2003. – 48 с.
2. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: Физматлит, 2000. – 448 с.
3. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: ЛКИ, 2010. - 664 с.
4. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 1. М.: Наука, 1973. – 492 с.
5. Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа. М.: Либроком, 2010. – 440 с.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные занятия проводятся в специально оборудованной аудитории с мультимедийным оборудованием. Вспомогательный материал в виде презентаций и электронных учебных материалов доступен студентам на сайте факультета.