

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»
Факультет фундаментальной физико-химической инженерии

УТВЕРЖДЕН

на заседании Ученого совета

«_14_»_июня_2013 г.

протокол №_4

Заместитель декана по учебной работе

_____ / Григорьева Л.Д. /

«_14_»_июня_2013 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

дисциплины «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Специальности
010701 "Физика"
020101 "Химия"

Квалификации
"Физик"
"Химик"

Форма обучения
очная

УМК соответствует учебному плану
подготовки,
утвержденному ректором Московского
государственного университета им.
М.В.Ломоносова академиком РАН В.А.
Садовничим 23.10.2009

Москва 2013

Название дисциплины: Теория функций комплексной переменной.

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины "Теория функций комплексной переменной" являются:

- 1) фундаментальная подготовка в области теории функций комплексной переменной;
- 2) овладение аналитическими методами теории функций комплексной переменной для решения задач математической физики и вычислительной математики;
- 3) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Требования к результатам освоения содержания дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- 1) Знать: основные понятия теории функций комплексной переменной, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки важнейших утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.
- 2) Уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории функций комплексной переменной.
- 3) Владеть: математическим аппаратом теории функций комплексной переменной, методами решения задач и способами доказательства утверждений в этой области.

4. Структура и содержание дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 138 часов (108 часов для специальности «Химия»), из них 36 – лекции, 36 – семинары, 66 (36 для специальности «Химия») – самостоятельная работа.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
			Лек	Сем	Сам	Сумм	
1.	Комплексные числа, комплексная плоскость. Множества на плоскости, области и кривые. Стереографическая проекция, сфера Римана, расширенная комплексная плоскость. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.	3	2	2	4	8	Проверка домашних заданий, контрольные работы по группам разделов.
2.	R -дифференцируемость и C -дифференцируемость комплекснозначной функции, связь между ними. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл комплексной производной. Голоморфные функции и конформные отображения.	3	2	2	4	8	
3.	Свойства дробно-линейных	3	4	4	8	16	

	<p>отображений. Дробно-линейные изоморфизмы основных областей. Основные элементарные функции, их максимальные области однолиственности. Обратные к ним функции. Примеры областей, в которых выделяются непрерывные ветви обратных функций. Применения к конформным отображениям. Использование принципа симметрии в конформных отображениях.</p>						
4.	<p>Интеграл вдоль пути и его свойства. Интегральная теорема Коши. Существование первообразной у голоморфной функции в односвязной области.</p>	3	4	4	8	16	
5.	<p>Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Разложение голоморфной в круге функции в ряд Тейлора. Свойства степенных рядов, их голоморфность в круге сходимости. Неравенства Коши для коэффициентов. Теорема Мореры. Три эквивалентных определения голоморфной функции. Теорема Лиувилля. Теорема о среднем. Теорема единственности. Принцип максимума модуля и следствия из него.</p>	3	2	2	12	16	
6.	<p>Пространство голоморфных в области функций, сходимости в нем. Теорема Вейерштрасса о рядах голоморфных функций. Метризуемость сходимости внутри области. Теоремы Рунге и следствия из них.</p>	3	4	4	6*	14	
7.	<p>Разложение функции, голоморфной в кольце, в ряд Лорана. Ряды по целым степеням z-а. Формулы и неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера, их классификация в терминах рядов Лорана. Теорема Римана об устранимой особой точке. Теорема Сохоцкого. Бесконечность как изолированная</p>	3	4	4	6*	14	

	особая точка.						
8.	Вычеты. Теоремы Коши о вычетах. Способы вычисления вычетов. Вычет в бесконечности. Лемма Жордана. Преобразование Фурье рациональных функций. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов.	3	2	2	6*	10	
9.	Аналитическое продолжение. Пример: аналитическое продолжение Γ -функции. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Теорема о продолжении вдоль гомотопных путей. Теорема о монодромии. Аналитические функции. Действия над аналитическими функциями. Изолированные особые точки. Вычисление значений ветвей аналитических функций. Понятие о римановых поверхностях.	3	4	4	6*	14	
10.	Теорема о логарифмическом вычете. Суммирование рядов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Вычисление числа нулей многочленов в заданной области. Принцип сохранения области. Теорема Гурвица. Локальное обращение голоморфных функций. Порядок ветвления обратной функции в образе критической точки.	3	4	4	2*	10	
11.	Преобразование Лапласа. Простейшие свойства изображения и оригинала. Формула обращения преобразования Лапласа. Теорема Бореля. Применение к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Формула Дюамеля.	3	4	4	4*	12	
	Всего		36	36	66 (36)	138 (108)	Зачет, экзамен

5. Образовательные технологии. Активные и интерактивные формы проведения занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. Проводятся контрольные работы (на семинарах). Зачет в семестре выставляется после решения всех задач контрольных работ. Вопросы к экзамену содержатся в описании разделов.

Контрольная работа № 1

1. Решить уравнение $|z|=1$.
2. Восстановить голоморфную функцию $f(z)$ по $|f(z)|=e^{2y}+e^{-2y}+2\cos 2x$.
3. Отобразить конформно на единичный круг область $C \setminus \{z: |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$.
4. Отобразить конформно на верхнюю полуплоскость внешность единичного круга с разрезами по отрезкам $[e^{i2k\pi/3}, 2e^{i2k\pi/3}]$, $k=0,1,2$.

Контрольная работа № 2

1. Разложить в ряд Тейлора в нуле функцию $\ln(1-z+z^2)$ ($\ln 1 = 0$).
2. Найти и охарактеризовать особые точки функции $1/g(i \cos z)$, где g – функция Жуковского.
3. Вычислить интеграл $\int_{|z|=1} \sin((z+1)/z) dz$.
4. Вычислить интеграл $\text{v.p.} \int_{\mathbb{R}} (1-\cos x)/(x^4+1) dx$.

Контрольная работа № 3

1. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 1/(n^2-5)$.
2. Найти число корней многочлена z^4+3z^3-9z-1 в правой полуплоскости.
3. Нарисовать схему римановой поверхности для функции $f(z)=(z^2+1)^{1/3}$ и вычислить род этой поверхности.
4. Решить задачу Коши $x''''-2x''+x'=4$, $x(0)=0$, $x'(0)=2$, $x''(0)=-2$ методами операционного исчисления.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М., 1978.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М., 1984.
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т. 1. М., 1986.
4. Домрин А.В., Сергеев А.Г. Лекции по комплексному анализу. М., 2004.
5. Евграфов М.А., Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И., Бежанов К.А. Сборник задач по теории аналитических функций. М., 1972.

б) дополнительная литература:

1. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т 1, 2. М., 1967.
2. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., 1975.
3. Леонтьева Т.А., Панферов З.С., Серов В.С. Задачи по теории функций комплексного переменного. М., изд-во МГУ, 1992.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные занятия проводятся в специально оборудованной аудитории с мультимедийным оборудованием.