

# **ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА. Определение фокусных расстояний линз.**

Цель работы: Ознакомиться с методами определения фокусных расстояний линз. Определить фокусные расстояния собирающей и рассеивающей линз методом Бесселя и методом отрезков.

## ЗАДАНИЕ №1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОКУСНЫХ РАССТОЯНИЙ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ И ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ЛИНЗ МЕТОДОМ БЕССЕЛЯ

#### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

ЛИНЗОЙ называется прозрачное тело, ограниченное двумя криволинейными или криволинейной и плоской поверхностями. Обычно применяют линзы, поверхности которых имеют сферическую форму. Основные типы линз изображены на рис.1.

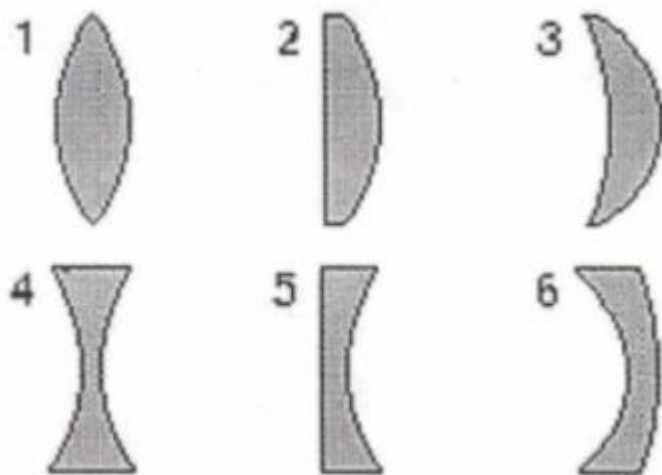


Рис.1 Основные типы линз.

На рисунке 1 представлены собирающие линзы (1 — двояковыпуклая, 2 — плосковыпуклая, 3 — вогнутовыпуклая (положительный мениск)) и рассеивающие — (4 — двояковогнутая, 5 — плосковогнутая, 6 — выпукловогнутая (отрицательный мениск)).

Различают тонкие и толстые линзы. Линза называется ТОНКОЙ, если её толщиной можно пренебречь по сравнению с радиусами кривизны её поверхностей.

Система, состоящая из одной или нескольких линз, называется ЦЕНТРИРОВАННОЙ, если центры кривизны всех её преломляющих поверхностей лежат на одной прямой, называемой ОПТИЧЕСКОЙ ОСЬЮ.

Вспомним основные свойства центрированной системы на примере толстой двояковыпуклой стеклянной линзы, находящейся в воздухе.

Лучи, проходящие через первый ГЛАВНЫЙ ФОКУС  $F_1$ , выходят с другой стороны линзы пучком, параллельным главной оптической оси  $OO'$  (рис. 2).

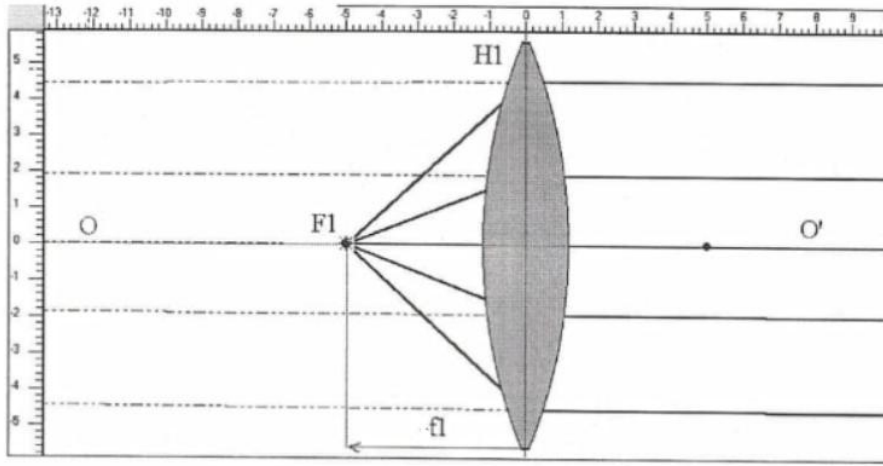


Рис.2 Прохождение лучей, сходящихся в первом главном фокусе  $F_1$ , через двояковыпуклую линзу

Главный фокус находится на расстоянии  $f_1$  от первой ГЛАВНОЙ ПЛОСКОСТИ  $H_1$ , которая определяется как геометрическое место точек пересечения падающих лучей с их продолжениями за линзой.

Пучок лучей, падающих на линзу параллельно главной оптической оси, сходится во втором главном фокусе  $F_2$ , отстоящем на расстоянии  $f_2$  от второй главной плоскости  $H_2$

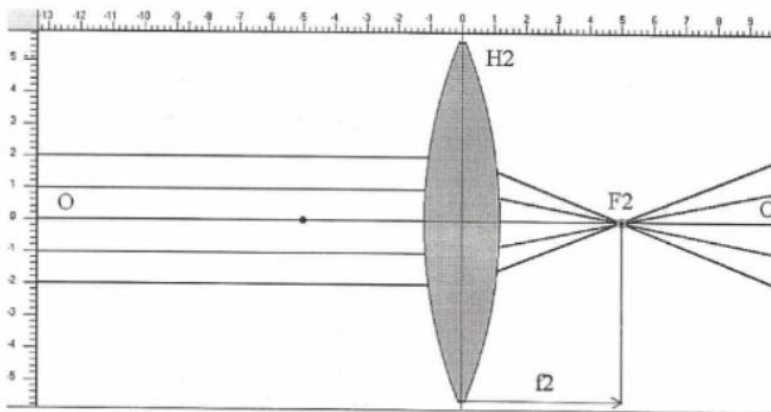


Рис.2' Прохождение пучка лучей, параллельного оптической оси, через двояковыпуклую линзу.

Если по обе стороны от линзы находится одна и та же среда, фокусные расстояния совпадают

$$f_1 = f_2 = f.$$

Величина  $D=1/f$  называется ОПТИЧЕСКОЙ СИЛОЙ линзы.

Собирающая линза сводит лучи, параллельные оптической оси в действительном фокусе  $f > 0$ , (рис.2`), и имеет положительную оптическую силу.

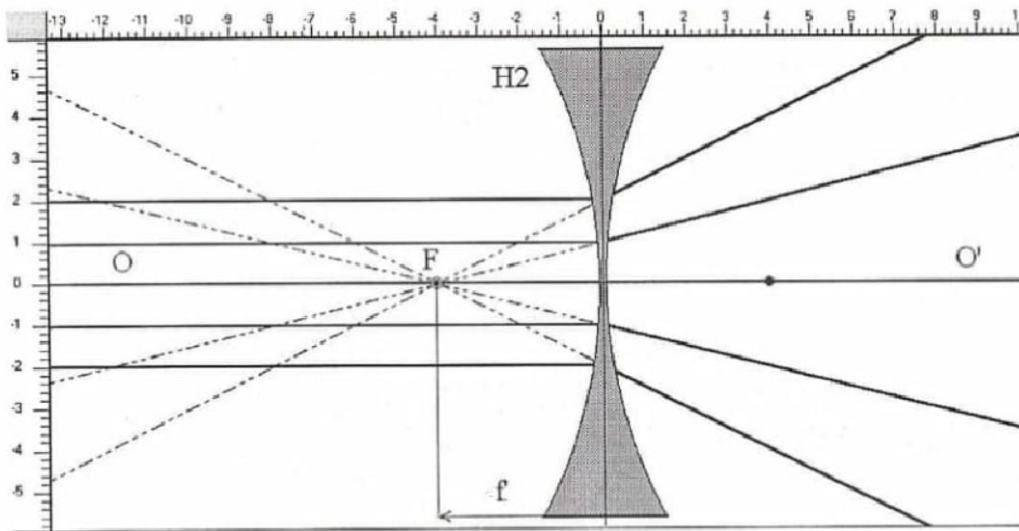


Рис.3 Прохождение пучка лучей, параллельного оптической оси, через рассеивающую линзу.

Оптическая сила рассеивающей линзы отрицательна, так как для неё точка схождения параллельных лучей мнимая  $f < 0$ , (рис. 3).

Для тонкой линзы можно считать, что точки пересечения поверхностей с оптической осью сливаются в одну точку, называемую ОПТИЧЕСКИМ ЦЕНТРОМ, а главные плоскости  $H_1$ ,  $H_2$  - в одну плоскость, проходящую через оптический центр линзы перпендикулярно её главной оптической оси.

Если светящийся предмет — небольшой отрезок, перпендикулярный к оптической оси, то его изображение, полученное с помощью параксиальных (приосевых) лучей также имеет вид отрезка, перпендикулярного к оптической оси (рис. 4).

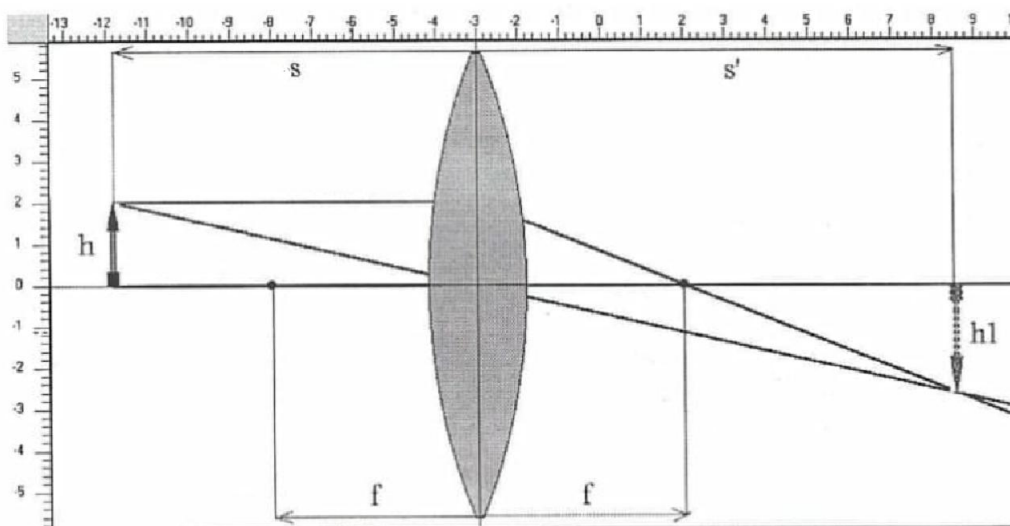


Рис.4 Построение изображения в тонкой положительной линзе.

Расстояния до предмета  $s$  и до его изображения  $s'$ , отсчитанные от оптического центра вдоль главной оптической оси и взятые с учётом правила знаков, подчиняются уравнению линзы (1):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (1)$$

### ПРАВИЛО ЗНАКОВ.

Если линза собирающая, то ее фокус действительный, и перед членом  $\frac{1}{f}$  ставят знак «+». В случае рассеивающей линзы —  $f < 0$ , и в левой части формулы (1) будет стоять отрицательная величина. Перед членом  $\frac{1}{s'}$  ставят знак «+», если изображение действительное, и знак «-» в случае мнимого изображения. Наконец, перед членом  $\frac{1}{s}$  ставят знак «+» в случае действительной светящейся точки и знак «-», если она мнимая (*т. е. на линзу падает сходящийся пучок лучей, продолжения которых пересекаются в одной точке*).

Для тонкой собирающей линзы  $f$  можно рассчитать по этой формуле, получив действительное изображение предмета и измерив расстояния  $s$  и  $s'$ . Формула (1) справедлива и для толстой линзы. Однако воспользоваться ею для определения фокусного расстояния произвольной линзы затруднительно, поскольку все расстояния в случае толстых линз или оптических систем необходимо отсчитывать от соответствующих главных плоскостей (рис.5). Главные плоскости могут лежать и внутри, и вне линзы, совершенно несимметрично относительно её сферических поверхностей, и их положение, как правило, неизвестно.

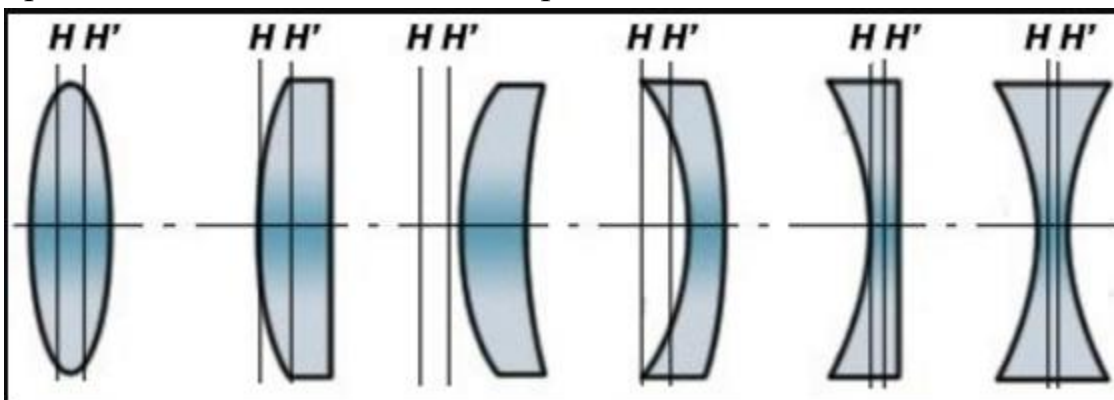


Рис.5 Положение главных плоскостей для различных линз.

Удобным методом определения фокусного расстояния является используемый в данной работе метод Бесселя, который позволяет найти величину  $f$ , не зная положение главных плоскостей линзы.

### МЕТОД БЕССЕЛЯ

С одной стороны от положительной линзы на её оптической оси поместим предмет, действительное изображение которого будем получать на экране, расположенном с

другой стороны от линзы. Расстояние  $L$  между предметом и экраном зафиксируем. Если оно достаточно велико, существуют два положения линзы, при которых на экране получают чёткие изображения предмета — уменьшенное и увеличенное (рис. б).

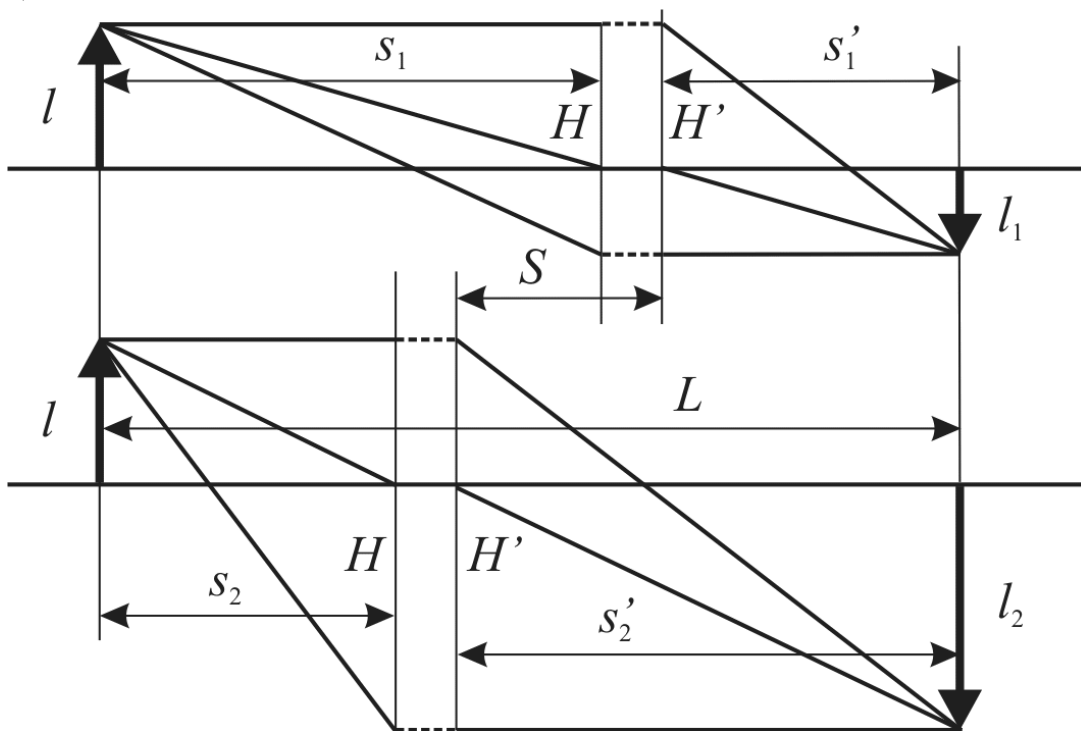


Рис.6 Получение изображений по методу Бесселя.

Найдём эти положения из уравнения (1) и условия (2):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (1)$$

$$s + s' = L \quad (2)$$

В формуле (2) мы пренебрегли расстоянием между главными плоскостями линзы по сравнению с  $L$ . Выразим расстояние  $s'$  через расстояние  $s$  и  $L$  из уравнения (2) и подставим это выражение в формулу линзы (1). Получится квадратное уравнение (3), которому должно удовлетворять расстояние между линзой и предметом  $s$ , для того чтобы на экране было чёткое изображение.

$$s^2 - Ls + Lf = 0 \quad (3)$$

Если дискриминант этого уравнения больше нуля (условие (4)),

$$L^2 - 4Lf \geq 0 \quad (4)$$

существуют два решения, симметричных относительно середины промежутка предмет — экран (5):

$$s_{1,2} = \frac{L}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - Lf} \quad (5)$$

**Условие (4) фактически означает, что чёткое изображение на экране можно получить только, если расстояние от предмета до экрана превосходит фокусное расстояние линзы  $f$  не менее, чем в четыре раза. Расстояние  $L$  между двумя**

положениями линзы, которым соответствуют увеличенное и уменьшенное изображения предмета (рис. 6), равно разности расстояний  $s_1$  и  $s_2$  и выражается через  $L$  и  $f$  (6):

$$A = s_1 - s_2 = 2\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - Lf} \quad (6)$$

Решая уравнение (6) относительно фокусного расстояния, приходим к формуле определения фокусного расстояния по методу Бесселя (7):

$$f = \frac{L^2 - A^2}{4L} \quad (7)$$

Полученная формула позволяет найти  $f$ , измерив отрезки  $L$  и  $A$ , длины которых не зависят от положения главных плоскостей линзы, что и является главным достоинством метода Бесселя.

Непосредственно с помощью метода Бесселя определить фокусное расстояние рассеивающей линзы невозможно, так как такая линза не даёт действительных изображений действительного предмета. Однако, если рассеивающую линзу вплотную сложить с более сильной собирающей линзой, получится собирающая оптическая система (рис. 7).

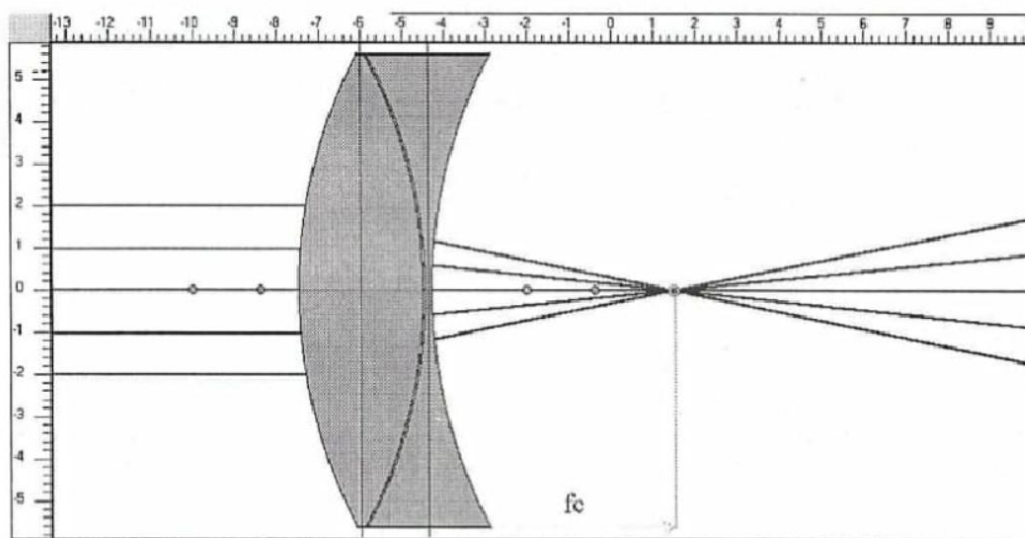


Рис.7 Сложение линз.

По методу Бесселя можно определить фокусные расстояния собирающей линзы и получившейся системы, а фокусное расстояние рассеивающей линзы рассчитать исходя из них. Аналогично можно рассчитать фокусное расстояние второй собирающей линзы, если ее оптическая сила мала и она не формирует сопряженных положений на данной базе  $L$ .

При сложении линз вплотную их оптические силы складываются в соответствии с уравнением (8):

$$\frac{1}{f_c} = \frac{1}{f_+} + \frac{1}{f_-} \quad (8)$$

Из этого уравнения получается формула (9), по которой можно найти фокусное расстояние второй линзы:

$$f_- = \frac{f_c f_+}{f_+ - f_c} \quad (9)$$

## ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА

Внешний вид установки представлен на рисунке 10. В качестве светящегося предмета в лабораторной установке РМС4 используете пара светодиодов разного цвета (1). Свет проходит через систему линз (2) и попадает на подвижный экран с сеткой (3).

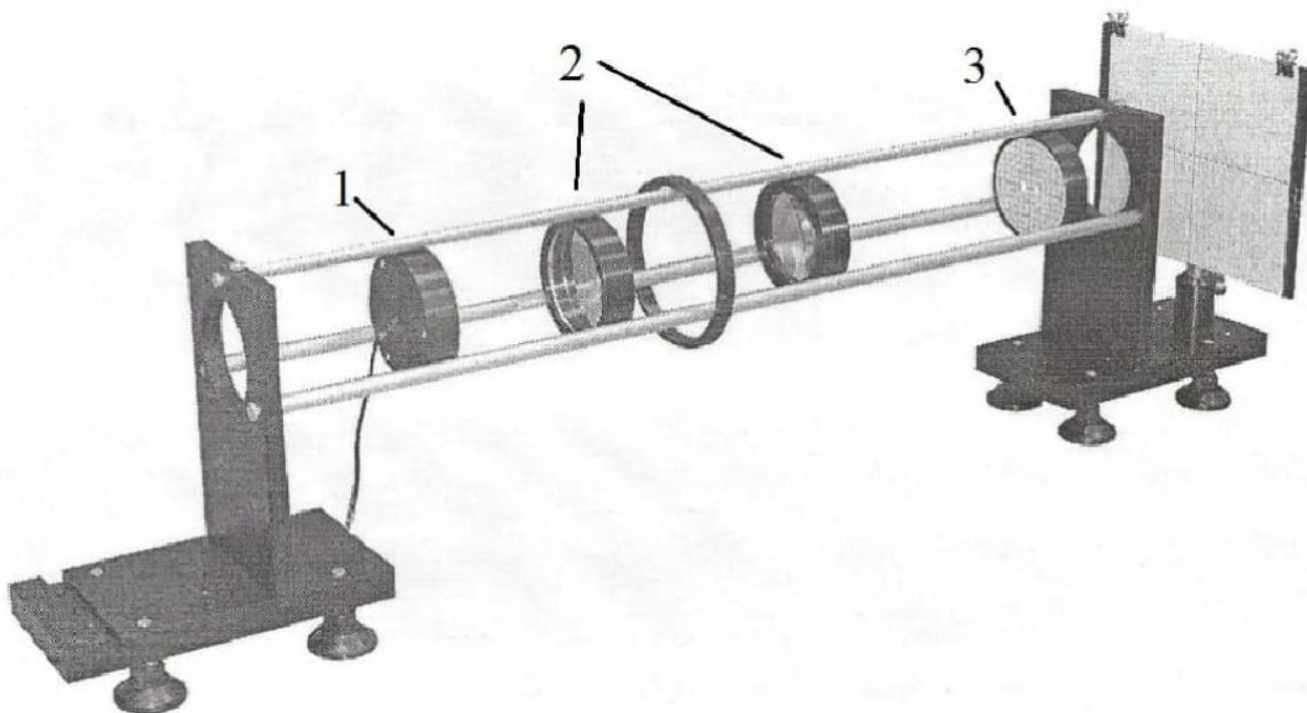


Рис.10. Внешний вид установки РМС4 «Геометрическая оптика»  
со светодиодным осветителем

Линзы устанавливаются в оправы, перемещаемых вдоль стержней оптической скамьи. Каждая из линз может быть независимо удалена из оптического тракта.

## ПОРЯДОК РАБОТЫ

### А. Измерения

1. Прочсть инструкцию на рабочем месте.
2. Убрать линзы из оптического тракта.
3. Установить осветитель и экран в положении, указанном преподавателем, и определить их координаты  $x$  и  $x'$  с помощью линейки.



4. Установить в тракт первую линзу и, перемещая её, найти координаты  $X_1$  и  $X_2$  положений, при которых линза сводит лучи на экране в увеличенное и уменьшенное пятно-изображение. **Добиваться чёткого изображения осветителя.** Повторить измерение координаты каждого положения пять раз.

5. Используя оптические силы, указанные на линзах, оцените, выполняется ли условие (4)

$$L^2 - 4Lf \geq 0$$

для системы из двух линз (рассеивающей и собирающей). Сделай те вывод.

#### Б. Вычисления и анализ

1. Рассчитать параметры  $L$  и  $A$  из измерений координат, рассчитать фокусное расстояние измеренных линз, используя уравнение (7)

$$f = \frac{L^2 - A^2}{4L}$$

2. Оценить погрешность измерений, сравнить фокусные расстояния с указанными на линзах, сделать выводы.

## ЗАДАНИЕ №2

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОКУСНЫХ РАССТОЯНИЙ И ПОЛОЖЕНИЯ ГЛАВНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ДВУХЛИНЗОВОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

### Общие сведения

Перед ознакомлением с данной лабораторной работой следует изучить описание к заданию 1, в котором приведены основные определения из курса геометрической оптики и свойства линзовой системы.

Настоящая работа использует метод отрезков для тонких линз, позволяющий определить фокусное расстояние положительной и отрицательной линз по формуле линзы (1):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (1)$$

В случае с положительной линзой ее следует передвигать вдоль оптической скамьи для получения чёткого изображения предмета (увеличенного или уменьшенного), после чего измеряются расстояния  $s'$  и  $s$ , позволяющие вычислить  $f$  по формуле (1).

Определение фокусного расстояния отрицательной линзы затрудняется тем, что она всегда дает только мнимое изображение предмета.

Для получения действительного изображения отрицательной линзой используется вспомогательная положительная линза. Сначала для положительной линзы получают четкое изображение источника на экране, измеряя расстояние  $S1$  от линзы до экрана. Затем между положительной линзой и экраном помещают отрицательную линзу, передвигая тем самым действительное изображение на расстояние  $S2$  от положительной линзы до экрана, делая точку  $S1$  мнимым источником (рис. 11).

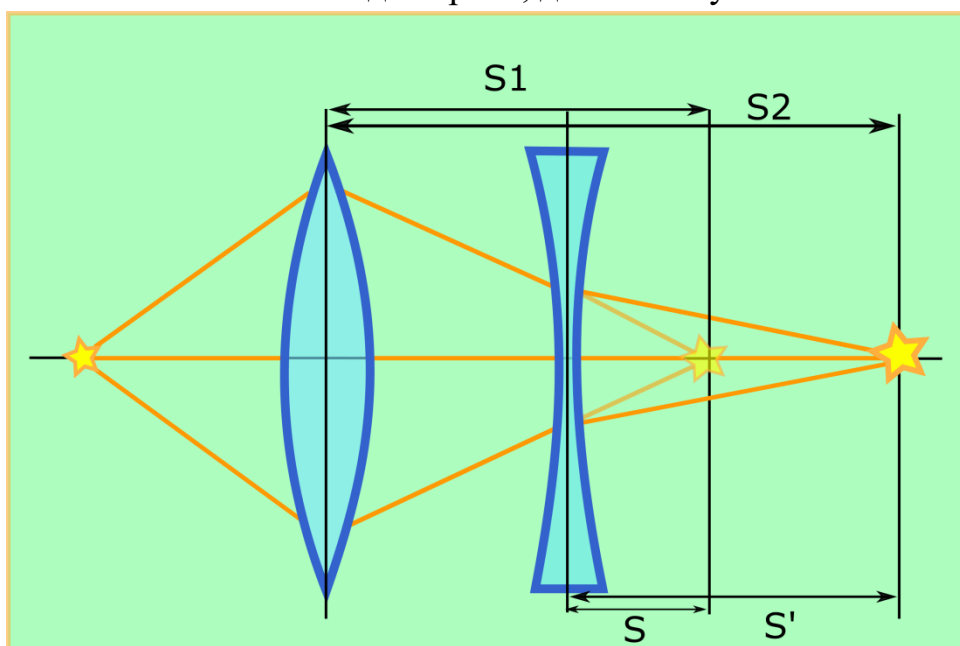


Рис.11. Ход лучей в системе двух линз.

Измерение координат действительных изображений, получаемых до и после установки рассеивающей линзы, а также расстояния между линзами, позволяет определить длины отрезков  $S$  и  $S'$  и по формуле (1) рассчитать фокусное расстояние отрицательной линзы.

Данная работа проводится на лабораторной установке РМС4.

Порядок работы.

А. Измерения.

1. Прочсть инструкцию на рабочем месте.
2. Для тонкой собирающей линзы провести измерение расстояний  $s$  от осветителя до линзы и  $s'$  линзы до экрана при ее передвижении вдоль оптической скамьи до получения четкого изображения излучающей площадки светодиодов на экране. При фиксированных положениях предмета и экрана измерения повторить несколько раз.
3. Для определения фокусного расстояния рассеивающей линзы провести измерения положений действительных изображений в случае положительной линзы –  $S1$  и в двухлинзовой системе - координату  $S2$  (рис.11), а также расстояние между линзами.
4. С помощью линейки измерить расстояние между центрами лампочек осветителя  $h$  и между изображениями лампочек  $h'$

Б. Вычисления и анализ

1. Рассчитать фокусные расстояния исследуемых положительных и отрицательных линз по методу отрезков. Найти средние значения фокусных расстояний и оценить случайную ошибку измерений.
2. Рассчитать линейное увеличение системы  $\Gamma$  по формуле (2):
$$\Gamma = h'/h = s'/s, \quad (2)$$
3. Сравнить полученные фокусные расстояния с полученными в первой части работы при помощи метода Бесселя.